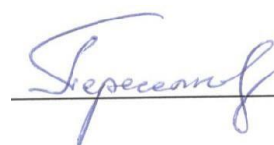


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики и  
информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2023г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.19 Линейные и нелинейные уравнения физики

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

14.03.02 Ядерная физика и технологии.

2. Профиль подготовки/специализация: Физика атомного ядра и частиц.

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Переселков Сергей Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой.

7. Рекомендована: НМС физического факультета, протокол № 6 от 27.06.2023г.

продлена НМС физического факультета, протокол №6 от 26.06.24

8. Учебный год: 2027/2028 Семестр(ы): 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

цель дисциплины – изучение аналитических (точных и приближенных) и численных методов решения линейных и нелинейных уравнений в частных производных,

возникающих в задачах современной физики, а также формирование профессиональных компетенций в области уравнений математической физики, представлений о месте и роли математической физики в системе математических наук, возможностей использования методов данной дисциплины в теории и практике.

**Задачи дисциплины:**

- формулировка физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям с частными производными;
- развитие математического мышления, воспитание высокой математической культуры; - формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования;
- на примерах математических понятий и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в прикладных исследованиях;
- основы теории обобщенных функций и их использования для построения фундаментальных решений дифференциальных уравнений с частными производными; - метод функций Грина решения задачи Коши для гиперболических, параболических и эллиптических уравнений;
- метод разделения переменных решения краевых задач для уравнений с частными производными;
- теория Штурма-Лиувилля и основные специальные функции математической физики; - современные компьютерные методы численного решения краевых задач для уравнений с частными производными;
- анализ нелинейных уравнений математической физики методами автомодельного решения и редукцией на конечномерный базис.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина «Методы математической физики» относится к математическому циклу ООП. Являясь неотъемлемой частью предметной области «Математика», раздел «Методы математической физики» связан с другими разделами математики. Поэтому преподавание учебной дисциплины «Методы математической физики» методически связано с преподаванием других математических дисциплин. Фундаментальные понятия и факты дисциплины «Методы математической физики» используются в курсах теоретической физики, теории колебаний и распространения волн, а также в других математических дисциплинах. Таким образом, курс «Методы математической физики» занимает важное место в реализации внутрипредметных, логических и содержательнометодических связей образовательной области «Математика».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
-----	----------------------	--------	--------------	---------------------------------

ОПК1	Способен применять базовые знания в области физикоматематических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики.	Знает основные линейные и нелинейные уравнения физики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач
		ОПК-1.2	Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности.	Умеет применять линейные и нелинейные уравнения физики для решения практических задач;
		ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач.	Владеет навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих линейных и нелинейных уравнений физики для решения практических задач.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом)**  
— 4/144.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен.

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Аудиторные занятия		52	52
в том числе:	лекции	36	36
	практические	16	16
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа		56	56
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0
Форма промежуточной аттестации		36	36
Итого:		144	144

**13.1. Содержание дисциплины:**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайнкурса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение в предмет. Классификация уравнений второго порядка с частными производными. Каноническая форма.	Введение в предмет. Понятие дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Классификация уравнений, приведение к каноническому виду.	
1.2	Уравнения гиперболического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач, предельные случаи краевых задач. Колебания бесконечной струны, формула Даламбера, полубесконечная струна. Решение краевой задачи в рамках метода разделения переменных. Понятие собственных функций и собственных значений, их свойства. Решение неоднородного уравнения параболического типа, понятие функции Грина. Решение общей краевой задачи.	
1.3	Уравнения параболического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач, предельные случаи краевых задач. Метод разделения переменных для уравнений параболического типа. Неоднородные параболические уравнения, функция Грина для уравнений параболического типа, общая краевая задача. Задача на бесконечной прямой, функция Грина уравнения теплопроводности в бесконечном пространстве.	
1.4	Обобщенные функции и их свойства.	Понятие обобщенной функции. Дельта функция и ее свойства. Дифференциальное уравнение для функции Грина, построение функции Грина с помощью дельта функции.	

1.5	Уравнения эллиптического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Постановка краевых задач. Уравнение Лапласа и Пуассона. Понятие и свойства гармонических функций. Формулы Грина. Построение функций Грина для эллиптических уравнений. Теория потенциала. Уравнение Гельмгольца, формулы Грина для уравнения Гельмгольца. Функция Грина для уравнения Гельмгольца в ограниченной и неограниченной области. Колебания круглой	
-----	--------------------------------	--	--

		мембраны, функции Бесселя и их свойства. Колебания сферического объема, полиномы Лежандра и их свойства.	
1.6	Нелинейные уравнения математической физики.	Нелинейные уравнения. Уравнение Римана и его решение. Уравнение Кортевега де Вриза. Решение в виде распространяющихся уединенных волн. Солитоны.	
1.7	Разностные методы решения задач математической физики.	Основные понятия, сетка и сеточные функции. Разностная аппроксимация производных, разностные схемы для уравнений с частными производными. Устойчивость разностной схемы.	
<b>2. Практические занятия</b>			
1.1	Введение в предмет. Классификация уравнений второго порядка с частными производными. Каноническая форма.	Введение в предмет. Понятие дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Классификация уравнений, приведение к каноническому виду.	
1.2	Уравнения гиперболического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач, предельные случаи краевых задач. Колебания бесконечной струны, формула Даламбера, полубесконечная струна. Решение краевой задачи в рамках метода разделения переменных. Понятие собственных функций и собственных значений, их свойства. Решение неоднородного уравнения параболического типа, понятие функции Грина. Решение общей краевой задачи.	

1.3	Уравнения параболического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач, предельные случаи краевых задач. Метод разделения переменных для уравнений параболического типа. Неоднородные параболические уравнения, функция Грина для уравнений параболического типа, общая краевая задача. Задача на бесконечной прямой, функция Грина уравнения теплопроводности в бесконечном пространстве.	
1.4	Обобщенные функции и их свойства.	Понятие обобщенной функции. Дельта функция и ее свойства. Дифференциальное уравнение для функции Грина, построение функции Грина с помощью дельта функции.	
1.5	Уравнения эллиптического типа.	Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Постановка краевых задач. Уравнение Лапласа и Пуассона. Понятие и свойства гармонических функций. Формулы Грина. Построение функций Грина для эллиптических уравнений. Теория потенциала.	
		Уравнение Гельмгольца, формулы Грина для уравнения Гельмгольца. Функция Грина для уравнения Гельмгольца в ограниченной и неограниченной области. Колебания круглой мембраны, функции Бесселя и их свойства. Колебания сферического объема, полиномы Лежандра и их свойства.	
1.6	Нелинейные уравнения математической физики.	Нелинейные уравнения. Уравнение Римана и его решение. Уравнение Кортевега де Вриза. Решение в виде распространяющихся уединенных волн. Солитоны.	
1.7	Разностные методы решения задач математической физики.	Основные понятия, сетка и сеточные функции. Разностная аппроксимация производных, разностные схемы для уравнений с частными производными. Устойчивость разностной схемы.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение в предмет. Классификация уравнений второго порядка с частными производными. Каноническая форма.	5	2	0	8	15

2	Уравнения гиперболического типа.	5	2	0	8	15
3	Уравнения параболического типа.	5	2	0	8	15
4	Обобщенные функции и их свойства.	5	2	0	8	15
5	Уравнения эллиптического типа.	5	2	0	8	15
6	Нелинейные уравнения математической физики.	5	3	0	8	16
7	Разностные методы решения задач математической физики.	6	3	0	8	17
	Итого:	36	16	0	56	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Омельченко А.В. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики / А.В. Омельченко. — Москва: МЦНМО, 2010. — 182с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63290">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63290</a> )
2	Вержбицкий В.М. Численные методы математической физики / В.М. Вержбицкий. — Москва: Директ-Медиа, 2013. — 212с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=214562">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=214562</a> )
3	Горюнов А.Ф. Уравнения математической физики в примерах и задачах. 2 / А.Ф. Горюнов. — Москва: МИФИ, 2008. — 528с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600</a> )

4	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: учебник. — М: Физматлит, 2013. — 352 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660</a> )
---	--

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Коршунов Ю.С. Уравнения математической физики / Ю.С. Коршунов; Одинцов С. Д. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Российский университет дружбы народов, 2011.— 86с.
2	Кудряшов Н.А. Методы нелинейной математической физики / Н.А. Кудряшов. — Москва: МИФИ, 2008.— 352с.
3	Бутко Я.А. Элементы функционального анализа и методы математической физики. 1 / Я.А. Бутко. — Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.— 68с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ
2	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> - ЭБС «Лань»
3	<a href="http://www.book.ru/">http://www.book.ru/</a> - ЭБС «Book.ru»

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электроннообразовательные ресурсы

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе) Лекционная аудитория.

## 19. Фонд оценочных средств:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства



1.	Разделы 1-7	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольные работы
2.	Разделы 1-7		ОПК-1.2	Контрольные работы
2.	Разделы 1-7		ОПК-1.3	Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля — экзамен, зачёт				Перечень вопросов Практическое задание

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущие аттестации проводятся в форме ответов на вопросы и решения задач контрольно-измерительных материалов.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ

1. Общие понятия теории уравнений в частных производных. Решение квазилинейных уравнений первого порядка.
2. Задача Коши для квазилинейных уравнений первого порядка. Теорема КошиКовалевской.
3. Классификация уравнений УРЧП второго порядка и приведение их к каноническому виду.
4. Вывод одномерного волнового уравнения. Начальные и граничные условия. Постановки краевых задач.
5. Решение задачи Коши для волнового уравнения и системы уравнений акустики методом Даламбера. Полубесконечная струна. Решение методом Даламбера.
6. Характеристики УРЧП второго порядка. Области зависимости и влияния. Условия на характеристиках.
7. Характеристики гиперболических систем с двумя независимыми переменными. Условия на характеристиках.
8. Система уравнений акустики. Характеристики. Условия на характеристиках. Инварианты Римана.
9. Характеристики линейной системы с тремя независимыми переменными. Симметрические системы. Инвариантность характеристик.

10. Метод Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения. Различные постановки задач.
11. Уравнение теплопроводности (вывод). Постановки краевых задач. Приведение неоднородных краевых задач к однородным.
12. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
13. Теоремы единственности начальной задачи для уравнения теплопроводности.
14. Решение начальной задачи для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона для уравнения теплопроводности.
15. Решение различных краевых задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.
16. Принцип максимума для уравнения Лапласа.
17. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах.
18. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье в виде ряда и интеграла Пуассона.
19. Понятие о корректности постановок задач. Пример Адамара.
20. Колебания плоской мембраны. Вывод двумерного волнового уравнения. Решение краевой задачи для прямоугольной мембраны методом Фурье.
21. Колебания плоской круглой мембраны. Функции Бесселя. Решение краевой задачи для круглой мембраны методом Фурье.

## 20.2 Перечень практических заданий

### Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Решить уравнение:  $u = 2, 0 \leq x \leq 3, u(0, \infty) = 0, u(x, 0) = 9 - x^2, u(x, 3) = 0$ ;
2. Найти общее решение параболического уравнения:  $u_{xx} + 4u_x + 4u - 2 = 0$ .

### Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Решить уравнение:  $u = 4, u \in (0, 2), u \in (0, \infty), u(0, x) \in s^3, u(x, 0) = s^4, u(x, 2) \in 2, u(x, 0) \in 0, u(x, 0) \in 0$ ;
2. Найти общее решение эллиптического уравнения:  $u_{xx} + 2u_x + 5u = 0$ .

## 20.3 Перечень заданий для контрольных работ.

### Текущая аттестация № 1

1. Решение задачи Коши для волнового уравнения методом Даламбера.

Полубесконечная струна. Закрепленный и свободный край.

2. Решения краевых задач для волнового уравнения методом Фурье. Случай закрепленных концов струны.

### Текущая аттестация № 2

1. Вывод уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.
2. Характеристики и условия на характеристиках для двумерной системы уравнений акустики.

Для оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации используются следующие показатели:

- 1) знание основных линейных и нелинейных уравнений физики и их методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять линейные и нелинейные уравнения физики для решения задач в профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат линейных и нелинейных уравнений физики для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих линейных и нелинейных уравнений физики для решения практических различных задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач линейных и нелинейных уравнений физики для решения различных естественнонаучных задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.	Повышенный уровень	Отлично

<p>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.</p>	<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо</p>
<p>Обучающийся частично владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>Удовлетворительно</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем(четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</p>	<p>–</p>	<p>Неудовлетворительно</p>

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах) письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний. При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

# ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

## УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Б1.В.19 Линейные и нелинейные уравнения физики.

Направление/специальность: 14.03.02 Ядерные физика и технологии.

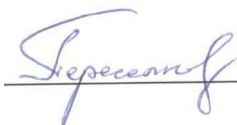
Профиль подготовки: Физика атомного ядра и частиц.

Форма обучения: очная

Учебный год: 2025/2026

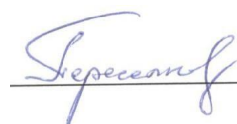
Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической физики  
и информационных технологий Переселков  
С.А.28.06 2023



Исполнители

Заведующий кафедрой математической физики  
и информационных технологий Переселков  
С.А.28.06 2023



СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП ВО по НП/С \_\_\_\_\_ .2023

\_\_\_\_\_ *подпись* \_\_\_\_\_ *расшифровка подписи*

Зав. отделом обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_ .2023

\_\_\_\_\_ *подпись* \_\_\_\_\_ *расшифровка подп.*

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета,  
протокол № 6 от 27.06.2023г.